Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Саратовский государственный технический университет

имени Гагарина Ю. А.»

Институт электронной техники и приборостроения

Кафедра Информационная безопасность автоматизированных систем

Специальность 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Практическая работа № 1

Тема «Решение СЛАУ методом Гаусса»

|  |  |
| --- | --- |
|  | Выполнил: студент 3 курса  учебной группы с1-ИБС 31  очной формы обучения  Катаржин М.А.  Проверил: доцент кафедры ИБС Кожанова Е.Р. |

Саратов 2021

**Цель работы**: сформировать практические навыки решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Гаусса с программной реализацией.

**Задание**: Решить СЛАУ методом Гаусса, применить язык программирования Java.

|  |  |
| --- | --- |
| 14 |  |

**Теоретические сведения для решения задачи**.

Рассмотрим систему из *m* линейных алгебраических уравнений с *n* неизвестными:

, (1)

где  – коэффициенты при неизвестных;

 – свободные члены ().

Прямоугольная таблица, cоставленная из коэффициентов, при неизвестных называется *матрицей системы* *А,* размер которой *m* строк и *n* столбцов:



Если к матрице системы добавить столбец свободных членов , то получим таблицу, которая называется *расширенной матрицей системы*.



Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (1.1) можно записать в матричном виде:

 (2)

или

 (3)

где *А –* матрица системы, *Х* – столбец неизвестных, *В* – столбец свободных членов.

Решением СЛАУ (1–3) называется такая совокупность значений  при подстановке которых в систему уравнений все уравнения системы обращаются в тождество.

Система называется *совместной*, если она имеет хотя бы одно решение и *несовместной*, если решения системы не существует.

Совместная система называется *определенной*, если она имеет одно единственное решение, и *неопределенное*, если решений несколько.

Две системы с одним и тем же набором неизвестных называется *равносильными* в следующих случаях:

а) если каждое решение первой системы является решением второй и наоборот.

б) если обе несовместны.

Равносильные системы должны иметь одинаковые наборы неизвестных, но число уравнений в них может и не совпадать.

Для решения системы ее обычно преобразуют в более простую. При этом можно применять лишь такие преобразования, которые переводят систему в равносильную. *Элементарные преобразования*:

1) обмен местами двух уравнений в системе;

2) умножение уравнения на любое число, не равное нулю;

3) прибавление к одному уравнению другого, умноженного предварительно на произвольное число.

Метод Гаусса заключается в последовательном исключении неизвестных и не зависит от полученного значения определителя. Данный метод имеет несколько видов вычислительных схем. Одна из них – схема единственного деления.

Согласно этой схеме решаемую систему:



Стоит отметить, если один из элементов главной диагонали оказывается равным нулю, то схема единственного деления не может быть реализована, следовательно, необходимо переставить уравнения для исключения такой ситуации. Когда все главные элементы отличны от нуля, но среди них есть близкие к нулю, возможен неконтролируемый рост погрешности.

*Прямой ход* состоит из *n - 1* шагов исключения.

*1-й шаг*. Целью этого шага является исключение неизвестного *x1* из уравнений с номерами *i = 2, 3, …, m*. Коэффициент *a11* в СЛАУ (1.4) будем называть его *главным элементом первого шага.*

Найдем величины:

, (4)

называемые *множителями первого шага*. Вычтем последовательно из второго, третьего, …, *m* - го уравнений системы первое уравнение, умноженное соответственно на *q21, q31, …, qm1*. Это позволит обратить в нуль коэффициенты при *x1* во всех уравнениях, кроме первого. В результате получим эквивалентную систему:

 (5)

где  и  вычисляются по формуле:

, . (6)

*2-й шаг*. Целью этого шага является исключение неизвестного *x2* из уравнений с номерами *i = 3, 4, …,m*.

Пусть , где  – коэффициент, называемый *главным (или ведущим) элементом 2-го шага.*

Вычислим множители 2-го шага:

, (7)

и вычтем последовательно из третьего, четвертого, …, *m -* го уравнения системы второе уравнение, умноженное соответственно на *q32, q42, …, qm2*. В результате получим систему:

 (8)

где  и  вычисляются по формуле:

, . (9)

Аналогично проводятся остальные шаги.

Опишем очередной *k* - й шаг.

*k - й шаг*. В предположении, что главный (ведущий) элемент k - го шага  отличен от нуля, вычислим множители k-го шага:

 (10)

и вычтем последовательно из (*k* + 1) - го, …, m - го уравнений полученной на предыдущем шаге системы *k* - e уравнение, умноженное соответственно на *qk+1,k, qk+2,k, …, qmk.*

После *k* -го шага исключения получим систему уравнений:

 (11)

Полученная матрица является верхней треугольной и на этом вычисления прямого хода заканчиваются.

**Расчет задания**

**Блок-схема алгоритма решения задачи**

**Листинг программы**

**Тестирование**

**Выводы**